

Seminář k přijímacím zkouškám z matematiky 2023 – řešení

1. Vypočítejte dvě třetiny trojnásobku čísla 0,2.

1 bod

Výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

$$\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 0,2 = 2 \cdot 0,2 = \frac{4}{10} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

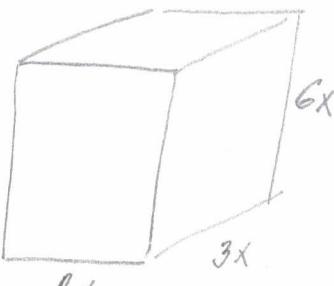
2. Délky hran kvádru jsou v poměru 2 : 3 : 6.

2 body

Nejdélší hrana tohoto kvádru má délku 15 cm.

2.1 Určete v cm délku nejkratší hrany kvádru.

$$\begin{aligned} 6x &= 15 \\ x &= \frac{15}{6} \\ x &= \frac{5}{2} \rightarrow 1 \text{ díl} \end{aligned}$$



$$2 \cdot \frac{5}{2} = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

2.2 Určete v cm^3 objem kvádru.

$$\begin{aligned} a &= 2x = 5 \text{ cm} & V &= a \cdot b \cdot c \\ b &= 3x = 7,5 \text{ cm} & V &= 5 \cdot 7,5 \cdot 15 = \underline{\underline{562,5 \text{ cm}^3}} \\ c &= 6x = 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

max. 4 body

Uveďte celý postup řešení.

$$\begin{aligned} 3.1 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{\frac{5}{2}-1}\right) &= -\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}\right) = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \underline{\underline{\frac{1}{3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{0,04} + (\sqrt{0,4})^2 &= \frac{1}{4} \cdot 0,2 + 0,4 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{10} = \frac{1}{20} + \frac{4}{10} = \\ &= \frac{1+8}{20} = \underline{\underline{\frac{9}{20}}} \end{aligned}$$

4. Zjednodušte: (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky ani zlomky). Uveďte celý postup řešení.

$$4.1 x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+1) + x = \underbrace{x(x^2-1)}_{x^4-1} \underbrace{(x^2+1)}_{(A-a)(A+a)} + x = x(x^4-1) + x = x^5 - x + x = \underline{\underline{x^5}}$$

max. 4 body

$$4.2 4a - [9a - (3a+1)^2] = 4a - [9a - (9a^2 + 6a + 1)] = 4a - (9a - 9a^2 - 6a - 1) = 4a - 3a + 9a^2 + 1 = \underline{\underline{9a^2 + a + 1}}$$

5. Řešte rovnici, u obou rovnic uveďte celý postup řešení, zkoušku nezapisujte.

max. 4 body

$$5.1 2 - \frac{5}{6}x = \frac{2x}{3} - 2\frac{1}{2} \quad | \cdot 6$$

$$12 - 5x = 4x - 15 \quad | -4x - 12$$

$$-9x = -27 \quad | : (-9)$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

$$5.2 \frac{8-y}{2} - \frac{3(y+6)}{4} = 2y - 6 \cdot (y + y + 3) \quad | \cdot 4$$

$$2(8-y) - 3(y+6) = 8y - 24 / 2y + 3)$$

$$16 - 2y - 3y - 18 = 8y - 48y - 42$$

$$-2 - 5y = -40y - 42 \quad | +5y + 42$$

$$40 = -35y \quad | : (-35)$$

$$-2 = y$$

$$\underline{\underline{y = -2}}$$

Anička ujede na kole za půl hodiny 0,4 délky trasy. Pak kolo odloží a zbytek cesty pokračuje pěšky stále stejným tempem. Za další $\frac{2}{3}$ hodiny ujde $\frac{1}{3}$ zbytku délky trasy.

x - celá trasa

6.1 Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jakou část z délky celé trasy Aničce zbývá ještě ujít.

1. *spisov rěšení*: $x - 0,4x - \frac{2}{3}x = \underline{\underline{\frac{2}{3}x}}$

2. *spisov rěšení*: $\frac{2}{3}x : 0,6x = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$ $\frac{2}{3} \cdot 0,6x = \frac{1}{3}x$

6.2 Vypočtěte v hodinách dobu, za kterou Anička překoná celou trasu.

$$\frac{1}{2} \text{ hod} + 3 \cdot \frac{2}{3} \text{ hod} = \underline{\underline{2,5 \text{ hod}}}$$

6.3 Vypočtěte v minutách, jak dlouho by Aničce trvala cesta, pokud by se rozhodla jít celou dobu

pěšky.

$$\begin{array}{c} \uparrow \frac{1}{2}x \dots \frac{2}{3} \text{ hod} \uparrow \\ \hline x \dots y \text{ hod} \\ \hline \frac{x}{\frac{1}{2}x} = \frac{y}{\frac{2}{3}} \Rightarrow y = \frac{\frac{2}{3}x}{\frac{1}{2}x} \Rightarrow y = \frac{10}{3} \text{ hod} = \underline{\underline{200 \text{ minut}}} \end{array}$$

7.

max. 3 body

7.1 Vypočtěte, o kolik metrů je kratší provázek délky 220 cm než provázek o délce 220 dm.

$$\begin{aligned} & -220 \text{ cm} + 220 \text{ dm} = \rightarrow 2200 \text{ cm} \\ & = (2200 - 220) \text{ cm} = 1980 \text{ cm} = \underline{\underline{19,8 \text{ m}}} \end{aligned}$$

7.2 Vypočtěte, kolik litrů kapaliny je třeba dolít do nádoby o objemu 1 m³, má-li být plná a dosud je

naplněna právě do jedné čtvrtiny.

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l}$$

250 l

$$(1000 - 250) \text{ l} = \underline{\underline{750 \text{ l}}}$$

7.3 Vypočtěte, kolikrát během 2,75 hodiny uplyne 15 minut.

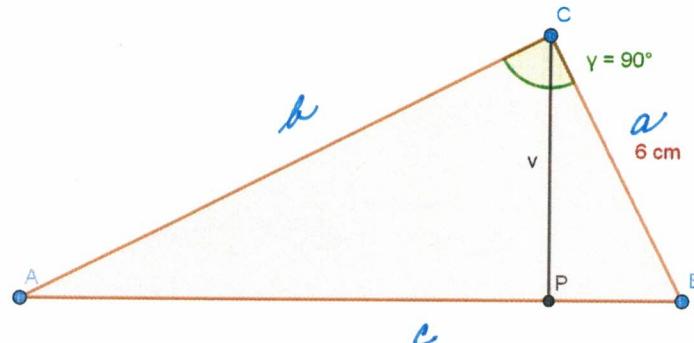
1. *spisov rěšení* $2,75 : 0,25 = 11$

2. *spisov rěšení*

<u>1 hod ...</u>	<u>$4 \times 15'$</u>
<u>2 hod</u>	<u>$8 \times 15'$</u>
<u>0,45 hod</u>	<u>$3 \times 15'$</u>

$\circlearrowleft 11x$

V rovině je dán pravoúhlý trojúhelník ABC, který má obsah 24 cm^2 a délku odvěsny $|BC| = 6 \text{ cm}$.



8. 1 Vypočtěte v cm délku odvěsny AC.

$$\begin{aligned} S &= \frac{a \cdot b}{2} \\ 24 &= \frac{6 \cdot b}{2} \quad \rightarrow 24 = 3b \quad \rightarrow \underline{\underline{b = 8 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

8. 2 Vypočtěte v cm délku přepony AB.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 6^2 + 8^2 &= c^2 \\ 100 &= c^2 \\ \underline{\underline{c = 10 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

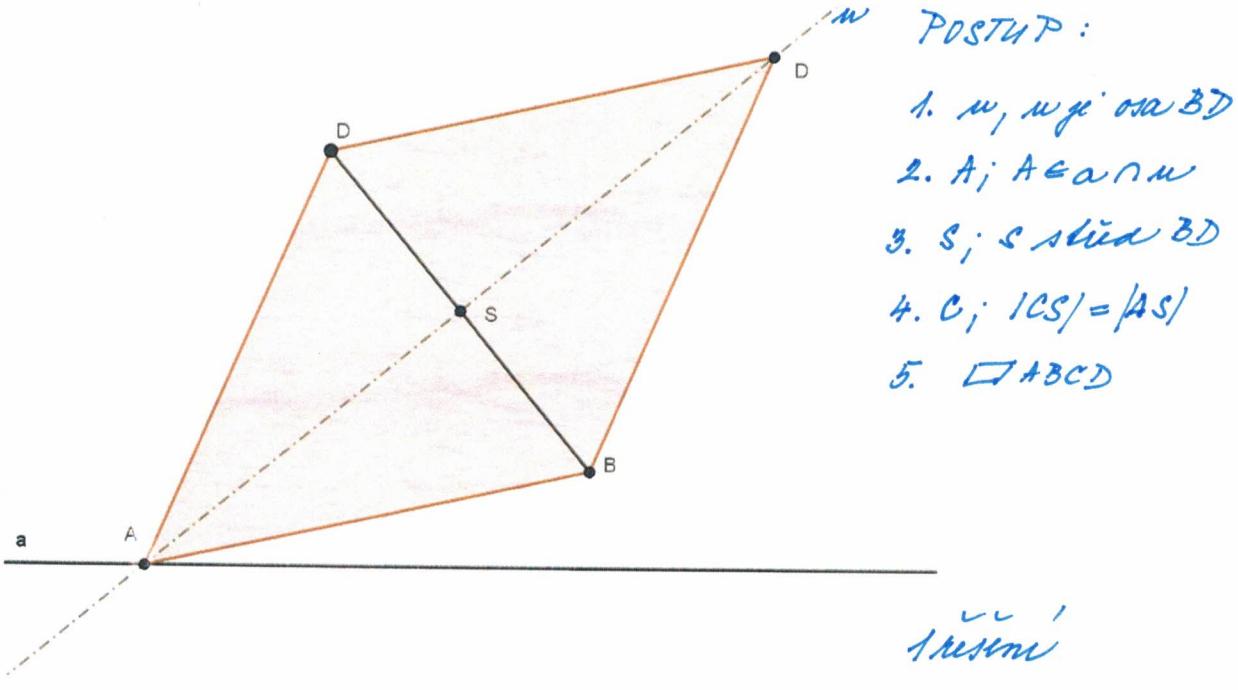
8. 3 Vypočtěte v cm výšku na přeponu AB.

$$\begin{aligned} S &= \frac{c \cdot v_c}{2} \\ 24 &= \frac{10 \cdot v_c}{2} \quad | \cdot 2 \\ 48 &= 10 v_c \quad | : 10 \\ \underline{\underline{v_c = 4,8 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Výchozí text a obrázek k úloze 9

max. 2 body

V rovině leží úsečka BD , která je úhlopříčkou kosočtverce $ABCD$, jehož vrchol A leží na přímce a . Úsečka BD nemá s přímkou a žádný společný bod.

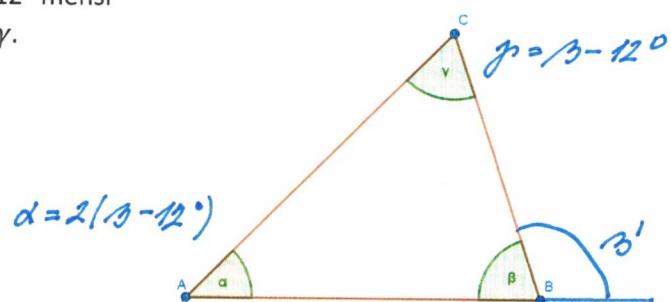


9. Sestrojte chybějící vrcholy A, C kosočtverce $ABCD$ a kosočtverec narýsujte.

Výchozí text k úloze 10

2 body

V rovině je dán trojúhelník ABC . Úhel γ je o 12° menší než úhel β a úhel α je dvakrát větší než úhel γ .



10. Jaká je velikost vnějšího úhlu u vrcholu B? $\Rightarrow 10^\circ$

- A) 42° B) 54° C) 84°

D) 126°

E) jiná hodnota

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$2\beta - 24^\circ + \beta + \beta - 12^\circ = 180^\circ$$

$$4\beta = 216^\circ$$

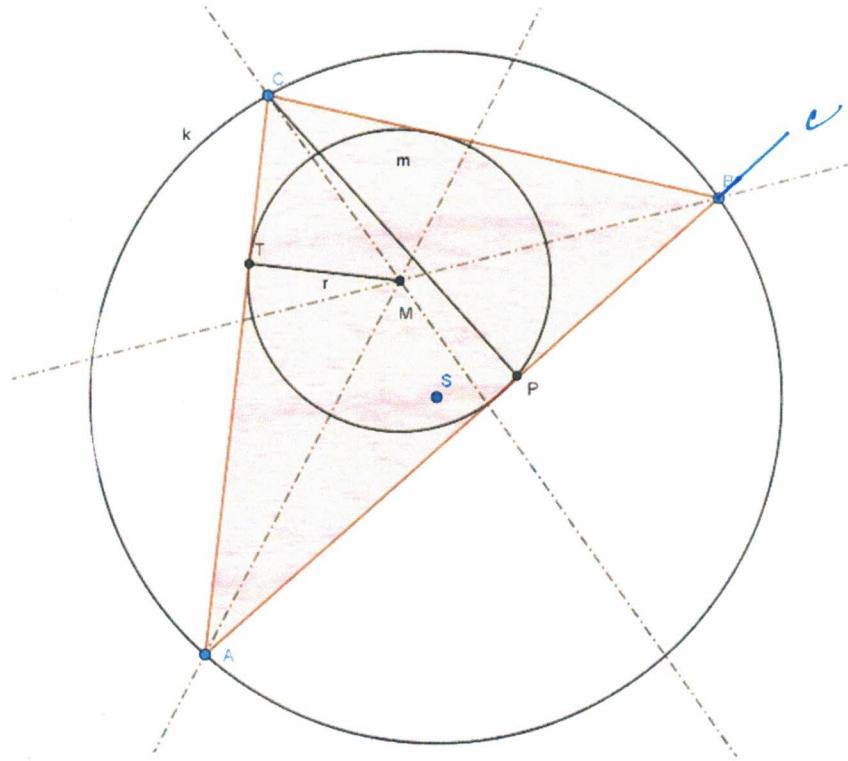
$$\beta = 54^\circ$$

$$\beta' = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

Výchozí text a obrázek k úloze 11

max. 3 body

V rovině leží kružnice k se středem S . Uvnitř kruhu vymezeného kružnicí k leží úsečka CP s krajním bodem C na kružnici k . Úsečka CP je výškou trojúhelníku ABC . Všechny vrcholy trojúhelníku leží na kružnici k .



1) $CT \perp CP$
 PEC
 2) A, B, C i
 $A, B, C \in k$
 3) $\triangle ABC$

11. 1 Sestrojte všechny chybějící vrcholy A, B trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte.

11. 2 Sestrojte kružnici m se středem M, která je trojúhelníku ABC vepsána. *sřed = průsečík
 obou výšek*

Výchozí text k úloze 12

max. 4 body

Chodník kolem domku Moravcových má dvě části v celkové délce 19 metrů.

Delší část chodníku je o 1 metr kratší než trojnásobek délky kratší části chodníku.



12. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení 12.1-12.3, zda je pravdivé či nikoliv

12. 1 Delší část chodníku má délku právě 14 metrů.

A	N
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12. 2 Délky obou částí chodníku jsou v poměru 1 : 3

$$(5:14)$$

12. 3 Delší část chodníku je právě o 9 metrů delší než kratší část.

$$14 - 5 = 9$$

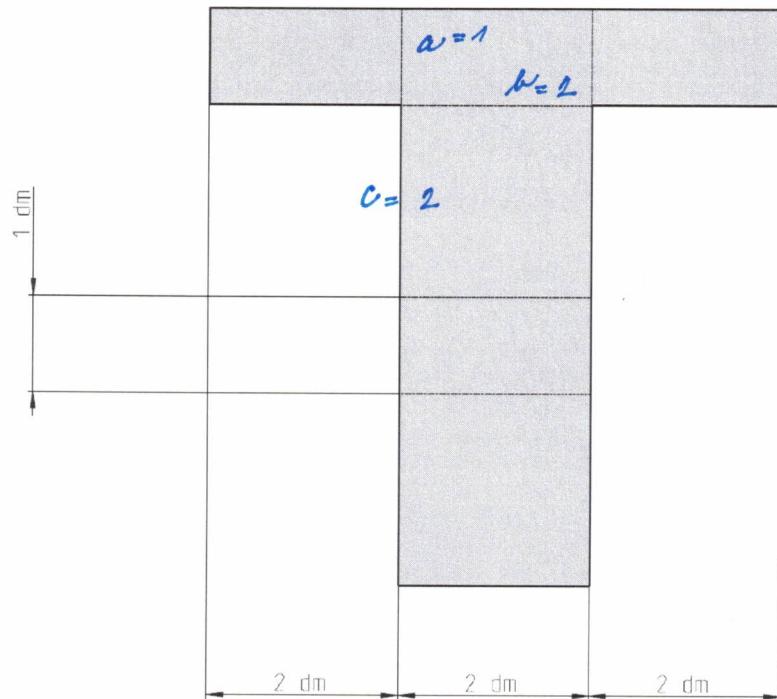
$$3x - 1 + x = 19$$

$$4x = 20$$

$$x = 5 \Rightarrow 5 \text{ m a } 14 \text{ m}$$

Výchozí text a obrázek k úlohám 13 - 14

Níže nakreslený obrazec znázorňuje síť hranolu.



13. Jaký je objem daného hranolu?

2 body

- A) 4 dm^3 B) 8 dm^3 C) 10 dm^3 D) 12 dm^3 E) jiná hodnota

$$V = abc$$

$$V = 1 \cdot 2 \cdot 2$$

$$V = 4 \text{ dm}^3$$

14. Jaký je obsah čtvercové stěny hranolu?

2 body

- A) 4 dm^2 B) 8 dm^2 C) 10 dm^2 D) 12 dm^2 E) jiná hodnota

$$S = 1 \cdot 1 = 4 \text{ dm}^2$$

Výchozí text k úloze 15

40

80

Ze 120 maturantů obchodní akademie právě třetina maturovala z matematiky a zbytek maturoval z angličtiny. Celkem 25 % maturujících z matematiky neuspělo. Z těch, kteří maturovali z angličtiny, neuspělo 10 %.
 $15\% \times 40 = 6$

	Angličtina	Matematika
Počet maturantů z daného předmětu	40	40
Počet úspěšných maturantů z daného předmětu	32	30
Počet neúspěšných maturantů z daného předmětu	8	10
	40	40

15. Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F) :

max. 6 bodů

15. 1 O kolik % převýšil počet maturantů z angličtiny počet maturantů z matematiky?

E o 100%

15. 2 Kolik % ze všech maturantů školy složilo úspěšně maturitu z matematiky?

B 25 %

15. 3 Kolik % ze všech maturantů neuspělo alespoň v jednom z uvedených předmětů?

A 15 %

$$8+10 = 18 \quad \frac{18}{120} = 15\%$$

- A) o 15 % B) o 25 % C) o 50 % D) o 75 % E) o 100% F) jiný výsledek

16. Výchozí text o obrázek k úloze 16

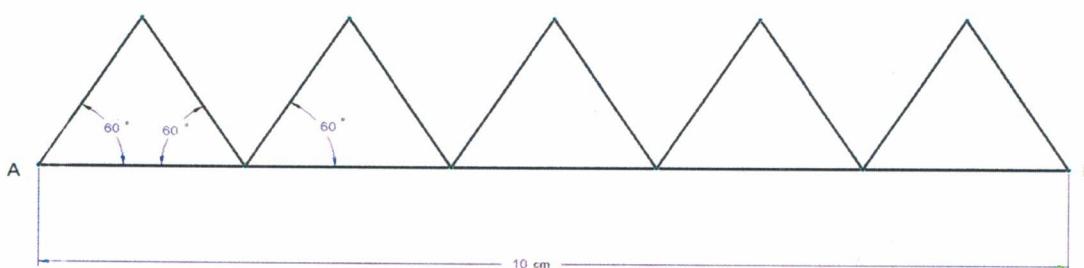
max. 4 body

Úsečka AB má délku 10 cm.

Lomená čára nad úsečkou AB je vždy tvořena shodnými úsečkami, které vždy svírají s úsečkou AB

úhel 60° . Krajní body lomené čáry vždy splývají s krajními body úsečky AB.

Na obrázku je zakreslena situace pro lomenou čáru nad úsečkou AB, která se skládá z 10 úseček.



16. 1 Určete v cm celkovou délku lomené čáry nad úsečkou AB. Která se skládá z úseček o délce 4 mm.

16. 2 Lomená čára nad AB se skládá z 32 shodných úseček. Určete v mm délku jedné úsečky takové lomené čáry. Výsledek zaokrouhlete na setiny.

16. 3 Určete počet úseček, ze kterých se skládá lomená čára nad úsečkou AB, jestliže každá úsečka lomené čáry má délku 5 mm.

① $100 \text{ mm} : 4 \text{ mm} = 25 \rightarrow \text{jedn}\Delta \rightarrow 50 \text{ úseček}$
 $50 \cdot 4 = 200 \text{ mm} = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$

② $32 \text{ úseček} \rightarrow 16 \Delta$
 $100 : 16 = \underline{\underline{6,25 \text{ mm}}}$

③ $100 : 5 = 20 \Delta \rightarrow \underline{\underline{40 \text{ úseček}}}$